DS4

Devoir Surveillé du 18/11/2019

Durée : 0h30

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les résultats doivent être encadrés.
La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1

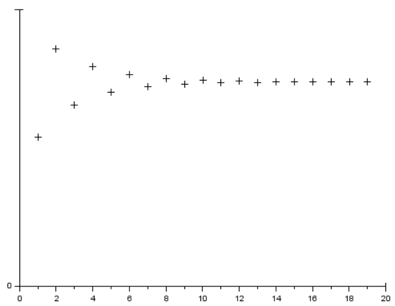
Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \cos(u_n) \end{cases}$.

1. Écrire une fonction d'en-tête `function u = suite(n)` qui prend comme paramètre un entier n et calcule la valeur de u_n correspondante.

2. On souhaite étudier le comportement de la suite (u_n), ou tout du moins de ces premiers termes.

   Écrire pour cela un programme qui trace un graphique sur lequel se trouvent les points (n, u_n) pour $n \in [\![0, 20]\!]$.

   On obtient le graphe suivant :



   Les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) semblent adjacentes, et converger vers une même limite ℓ, de sorte que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{2n+1} \leq \ell \leq u_{2n}.$$

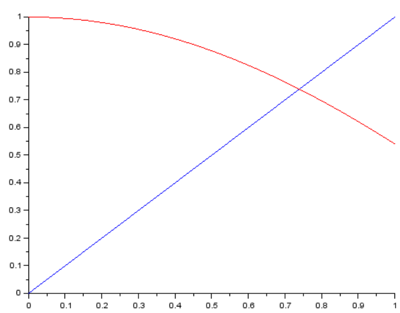
   Ainsi, ℓ semble toujours appartenir à l'intervalle d'extrémités u_n et u_{n+1} pour tout $n \in \mathbb{N}$. On admettra tous ces résultats sans démonstration dans la suite.

3. Justifier que le réel ℓ satisfait $\ell = \cos(\ell)$.

   On considère l'algorithme suivant ainsi que le graphe qu'il génère.

```
function y =f(x)
    y = cos(x)
endfunction

x = linspace(0,1,100)
plot2d(x,x,2)
fplot2d(x,f,5)
```



   Déterminer par lecture graphique une valeur approchée de ℓ.

4. Écrire une fonction d'en-tête `function n = premier_entier(p)` qui prend comme paramètre un entier p et renvoie le plus petit entier n tel que $|u_n - u_{n+1}| \leq 10^{-p}$.

5. En déduire une fonction d'en-tête `function l = approx(p)` qui prend comme paramètre un entier p et renvoie une valeur approchée de ℓ à $\pm 10^{-p}$ près.

Exercice 2

L'indice de masse corporelle (IMC) d'une personne est définie par $I = \dfrac{P}{t^2}$ où P est le poids en kilogramme et t la taille en mètre de cette personne.

1. La commande `grand(q,r,'nor',`μ`,` σ`)` permet de simuler une matrice de taille $q \times r$ dont les coefficients suivent la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$.

   On considère que la taille d'une personne (en mètres) et son poids (en kg) sont deux variables aléatoires indépendantes[1], suivant respectivement des lois normales $\mathcal{N}(1.78, 0.04)$ et $\mathcal{N}(72, 6)$.

   Créer des vecteurs `P` et `t` contenant respectivement les simulations des poids et de la taille de 1000 personnes.

2. En déduire, en une ligne de commande, un vecteur `I` contenant l'IMC de ces 1000 personnes.

3. Donner une ligne de commande calculant la moyenne, puis l'écart-type de l'IMC de ces 1000 personnes.

4. Une personne est considérée en surpoids lorsque son IMC dépasse 25. Déterminer la proportion de personnes en surpoids.

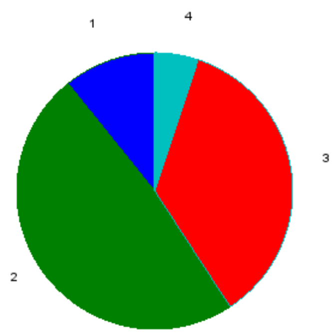
5. À votre avis, quel est le plus pertinent : trier notre série statistique par modalités ou par classes ?

6. On considère le code suivant, ainsi que le graphique qu'il génère.

```
m = min(I); M = max(I)

c = linspace(m,M,5)
[a,b] = dsearch(I,c)

pie(b,['1','2','3','4'])
```



   Expliquer ce programme. En particulier, à quoi correspondent les variables `c` et `b` ?

   Déterminer graphiquement la classe modale de la série statistique, c'est-à-dire celle ayant l'effectif le plus grand.

---

[1] Ce qui est quand même très discutable, mais admettons...