ECS2 **Note /8**

Interrogation de cours 14 du Lundi 6 Janvier 2019

Nom et prénom :

1. (**/ 2 points**) Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Donner :

- la définition de la i-ème dérivée partielle de f en $a \in \mathbb{R}^n$.

- la définition du gradient de f en $a \in \mathbb{R}^n$.

- la définition de f de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}^n$.

- la formule donnant la dérivée directionnelle de f en $a \in \mathbb{R}^n$ dans la direction de $u \in \mathbb{R}^n$ unitaire.

2. (**/ 2 points**) Donner, avec les hypothèses, la formule de Taylor (ou développement limité) à l'ordre 1 de $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ en $a \in \mathbb{R}^n$.

3. (**/ 1 points**) Soit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.

- Donner la définition d'un minimum global en $a \in \mathbb{R}^n$:

- Supposons f de classe $\mathcal{C}^1$. Donner le lien entre point critique de f et extremum global de f.

4. (/ **4 points**) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^2$ par $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2(x - y)^2$.

1. Montrer que f admet exactement trois points critiques qui sont $(0, 0)$, $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ et $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$.
2. Déterminer la nature du point critique $(0, 0)$.
3. Déterminer la nature des points critiques $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ et $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ (on pourra utiliser que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2,\ f(x, y) - f(\sqrt{2}, -\sqrt{2}) = (x^2 - 2)^2 + (y^2 - 2)^2 + 2(x + y)^2$).