ECS2 **Note /10**

Interrogation de cours 4 du Lundi 30 Septembre 2019

Nom et prénom :

1. (**/ 0,5 points**) Donner la caractérisation de F sous-espace vectoriel de E.

2. (**/ 1,5 points**) Soit $\mathscr{F} = (e_1, \ldots, e_n)$ famille de vecteurs de E. Donner une caractérisation de :

- $\mathscr{F}$ famille libre :
- $\mathscr{F}$ famille génératrice de E :
- $\mathscr{F}$ base de E :

3. (**/ 1,5 points**) Soit $\mathscr{F} = (e_1, \ldots, e_p)$ une famille de vecteurs d'un espace E de dimension n. Compléter :

- $rg(\mathscr{F}) =$
- $rg(\mathscr{F}) = p \Leftrightarrow$
- $rg(\mathscr{F}) = n \Leftrightarrow$

4. (**/ 1,5 points**) Compléter :

$E = F \oplus G \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow$

5. (**/ 1 points**) Soient $F_1, \ldots, F_p$ p sous-espaces vectoriels de dimension finie de E, et $\mathscr{B}_1, \cdots, \mathscr{B}_p$ des bases respectives de ces espaces.

Compléter : on a l'équivalence entre :

(1) les sous-espaces vectoriels $(F_i)_{1 \leq i \leq p}$ sont en somme directe ;

(2)

(3)

6. (**/ 4 points**)

- **Groupe C.** Soient F et G des sous-espaces vectoriels d'un espace vectoriel E. Montrer que $F+G$ est de dimension finie, et que
$$\dim(F+G) \leq \dim(F) + \dim(G).$$

- **Groupe D.** Montrer que $F = \{(x,y,z),\ \ x+y+z=0\}$ et $G = Vect((1,1,1))$ sont des sous-espaces vectoriels et qu'ils sont supplémentaires.