ECS2 **Note /10**

Interrogation de cours 8 du Mardi 12 Novembre 2019

Nom et prénom :

1. (**/ 1 points**) Compléter :

	Intégrale	Nature
Riemann	En $+\infty$: $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\,\mathrm{d}t$	Converge ssi
Riemann	En 0 : $\displaystyle\int_0^{1} \frac{1}{t^\alpha}\,\mathrm{d}t$	Converge ssi
Expon.	$\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t}\,\mathrm{d}t \quad (\lambda \in \mathbb{R})$	Converge ssi

2. (**/ 2 points**) Soit f et g deux fonctions continues sur $[a, b[$. Compléter :

Comparaison par	Hypothèses	Conclusion
Négligeabilité		$\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge
Équivalent		$\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge (resp. diverge)

3. (**/ 2.5 points**) Vrai ou Faux :

V F

☐ ☐ Toute fonction définie sur un intervalle I admet une primitive sur I.

☐ ☐ Si $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge, que $f \geq 0$ sur $[a, b]$, et que $\exists t_0 \in]a, b[$ tel que $f(t_0) > 0$. Alors $\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t > 0$.

☐ ☐ L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t$ converge.

☐ ☐ L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 t\ln(t)\mathrm{d}t$ converge.

☐ ☐ $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t(t+1)}\mathrm{d}t = \int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t$ converge et on a $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t(t+1)}\mathrm{d}t = \int_1^{+\infty} \frac{1}{t}\mathrm{d}t - \int_1^{+\infty} \frac{1}{t+1}\mathrm{d}t$.

☐ ☐ Soit $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ continue. Alors $\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ converge $\Leftrightarrow \displaystyle\int_a^{\frac{a+b}{2}} f(t)\mathrm{d}t$ et $\displaystyle\int_{\frac{a+b}{2}}^b f(t)\mathrm{d}t$ convergent.

☐ ☐ Soit $f : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ continue. Si $\displaystyle\int_0^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ converge, alors $\displaystyle\lim_{t\to+\infty} f(t) = 0$.

4. (**/ 1.5 points**) Compléter :

Soit f une fonction continue sur $]\alpha,\beta[$, $-\infty \leq \alpha < \beta \leq +\infty$. On considère une fonction $\varphi :]a,b[\to \mathbb{R}$.

Hypothèses :

-
-
-

Alors les intégrales généralisées $\displaystyle\int_{\lim\limits_{t\to a^+}\varphi(t)}^{\lim\limits_{t\to b^-}\varphi(t)} f(x)\mathrm{d}x$ et $\displaystyle\int_a^b f(\varphi(t))\varphi'(t)\mathrm{d}t$ ....

....

5. (**/ 4 points**) Déterminer le domaine de définition de la fonction Γ, et montrer la formule liant $\Gamma(\nu+1)$ et $\Gamma(\nu)$.