

Interrogation de cours 9 du Lundi 18 Novembre 2019

Nom et prénom :

1. (/ 1,5 points) Soit f un endomorphisme d'un espace vectoriel E . Donner la définition :

- d'une valeur propre λ de f :

- d'un vecteur propre associé à la valeur propre λ :

- de l'espace propre associé à une valeur propre λ de f :

2. (/ 2 points) Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Compléter

$$\begin{aligned} \lambda \in Sp(A) &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \end{aligned}$$

Dans ce cas, on a alors $\dim(E_\lambda(A)) =$

3. (/ 3,5 points) Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

- Si A est triangulaire, que dire des valeurs propres de A ?

- Si P est un polynôme annulateur de A , que dire des valeurs propres de A ?

- Que peut-on dire de $\sum_{\lambda \in Sp(A)} E_\lambda(A)$?

- Que peut-on dire de $\sum_{\lambda \in Sp(A)} \dim(E_\lambda(A))$?

• Si A admet n valeurs propres distinctes, que peut-on dire des sous-espaces propres de A ?

• Que peut-on dire si $0 \in Sp(A)$?

• Si $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$, comment obtenir les valeurs propres de A ?

4. (/ 4 points) Déterminer le spectre de $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ainsi que la dimension de ses sous-espaces propres.