

## Programme de l'interrogation.

### Partie I. Cours.

#### Chapitre 20. Fonctions de plusieurs variables définies sur une partie de $\mathbb{R}^n$

##### I. Éléments de topologie.

- (1) Boules ouvertes, boules fermées.
- (2) Parties ouvertes.
- (3) Parties fermées.
- (4) Parties bornées.

##### II. Fonctions continues et $\mathcal{C}^1$ sur une partie de $\mathbb{R}^n$ .

- (1) Fonctions continues.
- (2) Fonctions continues sur un fermé borné.
- (3) Fonctions de classe  $\mathcal{C}^1$  sur un ouvert.

##### III. Fonctions $\mathcal{C}^2$ sur un ouvert.

- (1) Dérivées partielles d'ordre 2.
- (2) Fonctions de classe  $\mathcal{C}^2$ .
- (3) Théorème de Schwarz.
- (4) Développement limité d'ordre 2.
- (5) Dérivées directionnelles.

##### IV. Recherche d'extremum.

- (1) Condition nécessaire.
- (2) Condition suffisante.
- (3) Méthode et exemples de recherche d'extrema sur un ouvert.
- (4) À propos des extrema sur un fermé borné.

### Partie II. Questions de cours.

- Nature topologique (ouvert, fermé, borné) des parties suivantes :  $A_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x + y \neq 0\}$ ,  $A_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, xy > 1 \text{ et } x + y < 2\}$ ,  $A_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$ ,  $A_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, ye^x = 1\}$ .

- Condition suffisante d'extremum local.

- Extrema locaux des fonctions  $f(x, y) = (x - y)^2 + x^3 + y^3$ ,  $f(x, y) = x(x + 1)^2 - y^2$  et

$$g(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n x_k^2 + \left( \sum_{k=1}^n x_k \right)^2 - \sum_{k=1}^n x_k.$$

## TP8. Chaînes de Markov

- I. Un exemple introductif : évolution sociologique d'une société.
- II. Théorie des chaînes de Markov.
  - (1) Définition.
  - (2) Matrice de transition.
  - (3) Comportement limite.
- III. Exemple du système Bonus-Malus en assurance.
- IV. Exemple du Google PageRank

## Programme des colles.

- Chapitre 19. Estimation ponctuelle.
- Chapitre 20. Fonctions de plusieurs variables définies sur une partie de  $\mathbb{R}^n$ .
- TP8. Chaînes de Markov.