

Programme de l'interrogation.

Partie I. Cours.

Chapitre 20. Fonctions de plusieurs variables définies sur une partie de \mathbb{R}^n

I. Éléments de topologie.

- (1) Boules ouvertes, boules fermées.
- (2) Parties ouvertes.
- (3) Parties fermées.
- (4) Parties bornées.

II. Fonctions continues et \mathcal{C}^1 sur une partie de \mathbb{R}^n .

- (1) Fonctions continues.
- (2) Fonctions continues sur un fermé borné.
- (3) Fonctions de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert.

III. Fonctions \mathcal{C}^2 sur un ouvert.

- (1) Dérivées partielles d'ordre 2.
- (2) Fonctions de classe \mathcal{C}^2 .
- (3) Théorème de Schwarz.
- (4) Développement limité d'ordre 2.
- (5) Dérivées directionnelles.

IV. Recherche d'extremum.

- (1) Condition nécessaire.
- (2) Condition suffisante.
- (3) Méthode et exemples de recherche d'extrema sur un ouvert.
- (4) À propos des extrema sur un fermé borné.

Partie II. Questions de cours.

- Nature topologique (ouvert, fermé, borné) des parties suivantes : $A_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x + y \neq 0\}$, $A_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, xy > 1 \text{ et } x + y < 2\}$, $A_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$, $A_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, ye^x = 1\}$.

- Extrema locaux des fonctions $f(x, y) = (x - y)^2 + x^3 + y^3$, $f(x, y) = x(x + 1)^2 - y^2$ et $g(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n x_k^2 + \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2 - \sum_{k=1}^n x_k$.

Programme des colles.

- Chapitre 19. Estimation ponctuelle.
- Chapitre 20. Fonctions de plusieurs variables définies sur une partie de \mathbb{R}^n .
- TP8. Chaînes de Markov.