

Feuille de TD n° 1

Généralités sur le langage mathématique

Exercice 1.

Relever, dans la liste ci-dessous, les expressions mathématiques :

1. $x = \cos x$
2. $x = 2y \implies x \geq y$
3. $x = \cos$
4. l'ensemble des s
5. $\int_3^x \cos(x)dx$
6. $\frac{3}{8} = 1$
7. $3 = u \times 0$

Exercice 2.

A partir des signes 8, 3 et 5, on élabore plusieurs expressions sur le modèle suivant : 385 , 3^85 , 38^5 , ${}^{38}5$, ...

Quelles sont les expressions mathématiques obtenues ?

Exercice 3.

Préciser la nature (noms ou énoncés) des expressions suivantes :

1. Le cercle de centre K et de rayon $2\sqrt{2}$
2. $\{x \mid \tan(x) = \sqrt{3}\}$
3. $\tan(x) = \sqrt{3}$
4. y solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$
5. \ln est une fonction concave sur $]0, +\infty[$
6. L'ensemble des x, y, z entiers tels que $x^2 + y^2 = z^2$
7. La probabilité d'obtenir la face 3 dans un lancer de dé est $\frac{1}{6}$
8. La probabilité d'obtenir la face 3 dans un lancer de dé équilibré
9. $x \mapsto x + 1$
10. $f'(a) = 0$
11. $e^{i\theta}$
12. $|e^{i\theta}| = 1$

Exercice 4.

Déterminer la nature des variables (libres ou muettes) dans les expressions suivantes :

1. $x \mapsto f(x)$
2. $\{M \mid AM + MB = 1\}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + yx + 1}{x} = +\infty$
4. $\int_0^1 e^{x+a} da = e^x(e - 1)$
5. $x^2 + x + 1$
6. $x^2 + x + 1 = 1$
7. $\{x \mid x^2 + x + 1 = 1\}$
8. $\int_a^b f(t) dt$
9. $\int_a^{10} f(a) dt$
10. Pour tout triangle ABC rectangle en A , on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Exercice 5.

Déterminer si les expressions suivantes sont ou non synonymes :

1. $X^2 + 3X + 2$ et $(X = -2 \text{ ou } X = -1)$,
2. $x^2 + 1$ et $y^2 + 1$
3. $\sum_{k=0}^n x^k y^{n-k}$ et $\sum_{k=0}^n y^k x^{n-k}$
4. $\sum_{k=0}^n (-1)^k x^k y^{n-k}$ et $\sum_{k=0}^n (-1)^k y^k x^{n-k}$
5. L'équation $x^2 + 3x + b = 0$ d'inconnue réelle x et l'équation $y^2 + 3y + b = 0$ d'inconnue réelle y
6. $\sum_{k=0}^n k^2$ et $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Exercice 6.

Donner plusieurs expressions synonymes de : l'ensemble des nombres entiers impairs.

Exercice 7.

Pour chacun des énoncés ci-dessous, donner, si possible, une expression synonyme n'utilisant aucune variable muette :

1. $\{z \mid \operatorname{Re}(z) = 0\}$ (z est astreinte à \mathbb{C})
2. $\{M \mid AM = MB\}$
3. Pour tout x réel, $\sin(-x) = -\sin(x)$
4. $\{z \mid \left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1\}$ (z est astreinte à \mathbb{C})

Exercice 8.

Repérer dans les exercices précédents les termes mutificateurs. En voyez vous d'autres ?

Exercice 9.

On considère les quatre noms suivants : 0, 25 ; 0, 365 ; 0, 272727... ; 0, 999.... Pour chacun d'eux :

1. donner une expression synonyme n'utilisant pas le signe ",,".
2. donner une expression synonyme utilisant au moins une variable muette.
3. donner une expression synonyme utilisant au moins une variable libre.

Exercice 10.

On se place dans le plan euclidien (O, \vec{OI}, \vec{OJ}) . K est tel que $\vec{OK} = \vec{OI} + \vec{OJ}$. On désigne par "carré" (resp. "triangle") l'ensemble des points à l'intérieur du carré (resp. triangle) ainsi que les points appartenant à ces cotés.

1. Les expressions "le carré $OIKJ$ " et " $\{(x, y) | 0 \leq x \leq 1 \text{ ou } 0 \leq y \leq 1\}$ " sont-elles synonymes ? Que doit-on modifier pour qu'elles le soient ?
2. Donner, en utilisant une variable muette, une expression synonyme de "le segment $[IK]$ ".
3. Même question pour : la droite (IK) , la droite (OK) et le segment $[OK]$.
4. Même question pour "le triangle OIJ ".
5. Même question pour "les points du triangle OIJ qui n'appartiennent pas au segment $[IJ]$ ".