

Devoir maison à rendre le 29/09/15

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1

1. Montrer, en utilisant ses variations, que la fonction ch réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle à préciser. On note argch (argument cosinus hyperbolique) sa réciproque.
2. Donner le domaine de dérivabilité de argch et montrer que, sur ce domaine,

$$\operatorname{argch}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

3. Dresser le tableau de variation de la fonction argch . Tracer sur un même dessin les courbes représentatives de ch et argch .
4. (a) Calculer $\operatorname{argch}(2)$ (résoudre $\operatorname{ch}(x) = 2$).
(b) Exprimer la fonction argch à l'aide de fonctions usuelles (Résoudre ...).
5. Montrer que la fonction sh réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle à préciser. On note argsh sa réciproque. Montrer que la fonction argsh est impaire, puis l'étudier de la même façon que argch .

Exercice 2

On définit la fonction tangente hyperbolique, notée th , par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{th}(x) = \frac{\operatorname{sh}(x)}{\operatorname{ch}(x)}.$$

1. Faire l'étude complète de la fonction th et tracer sa courbe représentative.
 2. (a) Montrer que la fonction th réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle à préciser. On note argth sa réciproque. Montrer que argth est impaire.
(b) Exprimer la dérivée de th en fonction de th . Montrer que argth est dérivable et calculer sa dérivée. Donner son tableau de variation et sa courbe représentative.
(c) Exprimer argth à l'aide de fonctions usuelles.
-