

7. (/ 5 points) Rappeler, puis démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwarz (on précisera sous quelle condition il y a égalité sans le démontrer) :

8. (/ 2 points) Compléter l'algorithme d'orthonormalisation de Gram-Schmidt :

Soit (x_1, \dots, x_p) une de E .

– Poser $e_1 =$

– une fois les vecteurs e_1, \dots, e_k construits, poser :

9. (/ 2 points) Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien, (e_1, \dots, e_n) une base orthonormale de E .

Soient $x, y \in E$ des vecteurs de coordonnées (x_1, \dots, x_n) et (y_1, \dots, y_n) . Compléter :

– $\langle x, e_k \rangle =$

– $\langle x, y \rangle =$

– $\|x\| =$

– $x =$

10. (/ 1 points) Expression de la projection orthogonale sur F :

11. (/ 1,5 points) Compléter : Soit F un de E ,

$E =$; $d(x, F) =$