

TD 4 : Les polygones réguliers

Exercice 1 Combien un polygone convexe de n côtés possède-t-il de diagonales ? Justifier.

Exercice 2 Incrire un triangle équilatéral dans un cercle, en utilisant la construction d'un hexagone. Faire la même chose sans utiliser la construction d'un hexagone.

Exercice 3 Déterminer toutes les isométries d'un triangle équilatéral.

Exercice 4

1. Construire un dodécagone ($n = 12$) régulier convexe inscrit dans un cercle donné.
2. Construire un hexadécagone ($n = 16$) régulier et convexe, inscrit dans un cercle donné.

Exercice 5

1. Construire un pentagone ($n = 5$) régulier convexe inscrit dans un cercle donné.
2. Construire un pentadécagone ($n = 15$) régulier convexe inscrit dans un cercle donné, en utilisant un triangle équilatéral et un pentagone régulier convexe inscrits dans ce cercle.

Exercice 6 Incrire dans un cercle Γ donné un hexagone $ABCDEF$.

1. Préciser la nature des triangles ACE et BDF ; que représentent les droites (AD) , (BE) et (CF) pour le triangle ACE ?
2. Les droites (AD) et (EC) se coupent en A' , les droites (BE) et (AC) se coupent en B' , puis les droites (CF) et (AE) se coupent en C' . Montrer que les demi-cercles "intérieurs" au cercle Γ et de diamètres les côtés du triangle ACE se coupent en A' , B' et C' .
3. Préciser la nature du triangle $A'B'C'$. Justifier.

Exercice 7 Vérifier les formules du cours précisant les longueur des côtés et apothèmes d'un pentagone régulier, en utilisant le résultat établi pour le décagone.

Exercice 8 Une autre méthode pour construire un pentagone régulier convexe.

On considère un cercle de centre O et de rayon R . Tracer deux diamètres perpendiculaires $[AB]$ et $[CD]$. Placer le milieu I de $[AO]$. Calculer la longueur IC en fonction de R . Construire un pentagone régulier convexe inscrit dans ce cercle.

Exercice 9 Construire un hexagone régulier $EFGHIJ$ dont le côté mesure 3 cm inscrit dans un cercle de centre O .

1. Préciser la nature du triangle OEF .
2. Les droites (JE) et (FG) se coupent en A , les droites (JE) et (IH) en B et les droites (FG) et (IH) en C . Quelle est la nature du triangle ABC ?
3. Prouver que les points O et B sont sur la médiatrice du segment $[IJ]$.
4. On désigne par K l'intersection des droites (OB) et (IJ) ; donner la nature du quadrilatère $OIBJ$. Préciser la longueur du segment $[OK]$.

Exercice 10 Construire un hexagone régulier $ABCDEF$ inscrit dans un cercle de rayon 4 cm et de centre O .

1. Montrer que la droite (AC) est la médiatrice du segment $[OB]$ et que (OB) est médiatrice de $[AC]$.
2. Montrer que A et D sont diamétralement opposés dans le cercle.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ACDF$?
4. Calculer l'aire de ce quadrilatère.
5. Les segments $[AC]$ et $[BF]$ se coupent en I ; montrer que A et B , puis C et F sont symétriques par rapport à la droite (OI) .