

Devoir maison à rendre le 16/10/2024**Les fonctions hyperboliques réciproques****Réciproque du cosinus hyperbolique**

1. Montrer, en utilisant ses variations, que la fonction ch réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle à préciser. On note argch (argument cosinus hyperbolique) sa réciproque.
2. Donner le domaine de dérivabilité de argch et montrer que, sur ce domaine,

$$\operatorname{argch}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

3. Dresser le tableau de variation de la fonction argch . Tracer sur un même graphique les courbes représentatives de ch et argch .
4. (a) Calculer $\operatorname{argch}(2)$.
(b) Exprimer la fonction argch à l'aide de fonctions usuelles.

Réciproque du sinus hyperbolique

5. Montrer que la fonction sh réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle à préciser. On note argsh sa réciproque.
6. Montrer que la fonction argsh est impaire, puis l'étudier de la même façon que argch .
7. On pose : $f(x) = \operatorname{argsh}(2x\sqrt{1+x^2})$.
 - (a) Déterminer et simplifier la dérivée de f , puis en déduire $f(x)$ en fonction de $\operatorname{argsh}(x)$.
 - (b) On pose $x = \operatorname{sh}(t)$. Exprimer $\operatorname{sh}(2t)$ à l'aide de $\operatorname{sh}(t)$, puis $f(x)$ à l'aide de $\operatorname{argsh}(x)$.

Réciproque de la tangente hyperbolique

8. Montrer que la fonction th réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle à préciser. On note argth sa réciproque. Montrer que argth est impaire.
 9. Exprimer la dérivée de th en fonction de th . Montrer que argth est dérivable et calculer sa dérivée. Donner son tableau de variation et sa courbe représentative.
 10. Exprimer argth à l'aide de fonctions usuelles.
-