

Interrogation de cours 1 du Lundi 7 septembre 2015 (Correction)

Nom et prénom :

1. (/4 points) Soient P et Q deux assertions.

a) Compléter la table de vérité suivante.

\mathcal{P}	\mathcal{Q}	non \mathcal{P}	\mathcal{P} et \mathcal{Q}	\mathcal{P} ou \mathcal{Q}	$\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$	$\mathcal{P} \Leftrightarrow \mathcal{Q}$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

b) Compléter :

- non $(\mathcal{P} \text{ et } \mathcal{Q}) \Leftrightarrow (\text{non } \mathcal{P}) \text{ ou } (\text{non } \mathcal{Q})$
- non $(\mathcal{P} \text{ ou } \mathcal{Q}) \Leftrightarrow (\text{non } \mathcal{P}) \text{ et } (\text{non } \mathcal{Q})$
- non $(\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}) \Leftrightarrow (\mathcal{P} \text{ et non } \mathcal{Q})$

2. (/2 points) Sans justification, indiquer si les assertions suivantes sont vraies (\square) ou fausses (\blacksquare) (toute erreur donnera -0,5 point) :

- La contraposée de “Si tous les feux de circulation sont verts, je peux démarrer” est “je ne peux pas démarrer si tous les feux de circulation ne sont pas verts”.
- La négation de “la fonction f est croissante sur \mathbb{R} ” est “la fonction f est décroissante sur \mathbb{R} ”.
- $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$.
- $\square \exists a \in \mathbb{R}, \forall \varepsilon > 0, |a| < \varepsilon$.
- $\square \forall \varepsilon > 0, \exists a \in \mathbb{R}, |a| < \varepsilon$.

3. (/4 points) Traduire les énoncés suivants à l’aide de quantificateurs, puis écrire leur négation.

- La suite $(u_n)_n$ est constante.

$$\exists c \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, u_n = c \text{ ou de manière équivalente } \forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_{n+1}.$$

La négation de la première est $\forall c \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}, u_n \neq c$.

- La suite $(u_n)_n$ est majorée par $M \in \mathbb{R}$.

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq M.$$

Sa négation est $\exists n \in \mathbb{N}, u_n > M$.

- La suite $(u_n)_n$ est majorée.

$$\exists M \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq M.$$

Sa négation est $\forall M \in \mathbb{R}, \exists n \in \mathbb{N}, u_n > M$.

- La suite $(u_n)_n$ est croissante à partir d’un certain rang.

$$\exists N \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, (n \geq N) \Rightarrow u_n \leq u_{n+1}.$$

Sa négation est $\forall N \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N}, (n \geq N) \text{ et } u_n > u_{n+1}$.