# Interrogation de cours 21 du Lundi 21 Mars 2016

**Nom et prénom :**

**1.** ( **/ 1 points**) Soit $(E,+,\cdot)$ un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, $e_1,\dots,e_n \in E$. Compléter :

$$Vect(e_1,\dots,e_n) = \{\lambda_1 \cdot e_1 + \cdots + \lambda_n \cdot e_n | \lambda_1,\dots,\lambda_n \in \mathbb{K}\}.$$

**2.** ( **/ 1 points**) Compléter :

$$\begin{aligned} E = F \oplus G &\Leftrightarrow \forall z \in E, \exists!(x,y) \in F \times G, z = x + y \\ &\Leftrightarrow F \cap G = \{0\} \text{ et } E = F + G \end{aligned}$$

**3.** ( **/ 1,5 points**) Soit $\mathcal{F} = (e_1,\dots,e_n)$ famille de vecteurs de $E$. Donner une caractérisation de :

- $\mathcal{F}$ famille libre : $\forall \lambda_1,\dots,\lambda_n \in \mathbb{K}$, $\lambda_1 x_1 + \cdots + \lambda_n x_n = 0_E \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_n = 0$
- $\mathcal{F}$ famille génératrice de $E$ : $\forall z \in E$, $\exists \lambda_1,\dots,\lambda_n \in \mathbb{K}$, $z = \lambda_1 x_1 + \cdots + \lambda_n x_n$.
- $\mathcal{F}$ base de $E$ : $\mathcal{F}$ est libre et génératrice, ou encore :

$$\forall z \in E, \exists!(\lambda_1,\dots,\lambda_n) \in \mathbb{K}^n, \quad z = \lambda_1 x_1 + \cdots + \lambda_n x_n.$$

**4.** ( **/ 1,5 points**) Donner une base de :

- $\mathbb{K}^n$ : $((1,0,\dots,0),\dots,(0,\dots,0,1))$.
- $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ : $(E_{i,j})_{1\leq i\leq n, 1\leq j\leq p}$, où $E_{i,j}$ matrice élémentaire
- $\mathbb{K}_n[X]$ : $(1,X,\dots,X^n)$