PCSI 5 **Note /10**

Interrogation de cours 9 du Lundi 23 Novembre 2015

Nom et prénom :

1. (**/ 2,5 point**) Compléter avec les symboles $\in$ ou $\subset$.

$$0 \in [0;1] \ ; \ \{a\} \subset \{a,b,c\} \ ; \ \{3\} \subset \mathbb{N} \ ; \ [-1;1] \subset \mathbb{R} \ ; \ \{0,1\} \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \ ; \ \{0\} \in \mathcal{P}(\{0,1\})$$

$$[0;1] \in \mathcal{P}([0;1]) \ ; \ \{[0;1] \cup [3;4]\} \subset \mathcal{P}(\mathbb{R}) \ ; \ \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \ ; \ \mathbb{N} \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) \ ; \ \emptyset \in \text{ ou } \subset \{\emptyset\}.$$

2. (**/ 2 points**) Compléter :

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \qquad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \qquad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

3. (**/ 1 point**) Donner la définition pour une application $f : E \to F$ de :
- f injective : tout élément de F a **au plus** un antécédent par f.
- f surjective : tout élément de F a **au moins** un antécédent par f.

4. (**/ 1 point**) Donner la caractérisation pour une application $f : E \to F$ de :
- f injective : $\forall x_1, x_2 \in E,\ f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.
- f surjective : $\forall y \in F, \exists x \in E, f(x) = y$.

5. (**/ 1,5 points**) Donner trois caractérisations différentes d'une application $f : E \to F$ bijective :
- $\forall y \in F, \exists! x \in E, y = f(x)$;
- f est injective et surjective ;
- il existe $g : F \to E$ une application telle que $g \circ f = Id_E$ et $f \circ g = Id_F$.

6. (**/ 1 points**) Que peut-on dire de f et de g si $g \circ f$ est bijective ? g est surjective et f est injective.

7. (**/ 1 points**) Pour $f : E \to F$, $A \subset E$, $B \subset F$, compléter :

$$f(A) = \{f(x) | x \in A\} \qquad f^{-1}(B) = \{x \in E | f(x) \in B\}.$$